

Ссылка для цитирования этой статьи:

Ахмадуллин Р.Р., Бикташеа А.Р., Габитов С.А. Модели программно-определяемых рынков // Human Progress. 2026. Том 12, Вып. 7. URL: http://progress-human.com/images/2026/Tom12_7/Akhmadullin.pdf DOI 10.46320/2073-4506-2026-7a-10.

МОДЕЛИ ПРОГРАММНО-ОПРЕДЕЛЯЕМЫХ РЫНКОВ

Ахмадуллин Ришат Рашитович

кандидат технических наук,
доцент Архитектурно-строительного института,
Уфимский государственный нефтяной технический университет
г. Уфа, Российская Федерация

Бикташева Анастасия Рамильевна

кандидат технических наук,
доцент Архитектурно-строительного института,
Уфимский государственный нефтяной технический университет,
г. Уфа, Российская Федерация

Габитов Самат Азатович

стажер-исследователь,
Уфимский университет науки и технологий
г. Уфа, Российская Федерация

Аннотация. Объект исследования - рынки, чьи фундаментальные правила формирования цен, заключения сделок и распределения ресурсов целиком определяются формальными моделями и алгоритмами, исполняемыми программными системами. Предмет исследования - математические и вычислительные модели программно-определяемых рынков (ПОР), их архитектура, динамические свойства и механизмы достижения баланса. Цель работы - систематизация и анализ ключевых классов моделей ПОР, делая особый акцент на их математическом аппарате (формулах), дифференциальных уравнениях, алгоритмических правилах на основе их программной реализации. Для достижения цели были поставлены и решены следующие задачи: 1. определить концептуальные границы ПОР через призму формальных моделей; выделить основные классы моделей на основе их математической природы (формульные, симуляционные, агентные); 2. детально исследовать их вычислительные ядра; проанализировать условия сходимости, стабильности и эффективности. Представлены в виде классификации, детализированные модельные описания с математической полнотой. Сделаны выводы о применимости различных математических подходов для проектирования устойчивых и эффективных цифровых рыночных систем.

Ключевые слова: цифровые платформы, математические модели, маркет-мейкер, алгоритмический агент, институциональные правила.

Введение

Современные цифровые платформы и децентрализованные протоколы всё чаще создают рынки, которые являются не просто электронными версиями традиционных торговых площадок, а сложными кибернетическими системами. В таких программно-определяемых рынках (ПОР) базовые экономические законы спроса и предложения, а также институциональные правила, материализуются в виде исполняемого кода, основанного на строгих математических моделях. Важность изучения этих моделей обусловлена их критической ролью в создании предсказуемых, ликвидных и устойчивых к манипуляциям систем в областях, где традиционные рыночные механизмы недостаточны или неэффективны - от распределения вычислительных ресурсов в облачных средах и динамического управления энергосетями до децентрализованных финансовых протоколов с автоматическими маркет-мейкерами (АММ). Ключевой вызов заключается в переходе от качественных экономических принципов к их количественной, алгоритмической реализации. Как формализовать неопределённость? Как смоделировать стратегическое поведение тысяч алгоритмических агентов? Какие математические аппараты обеспечивают сходимость к равновесию в дискретном времени и в условиях неполной информации? Исследование моделей ПОР сосредоточено на поиске и верификации математических конструкций, способных служить надёжным фундаментом для рынков, существующих исключительно в цифровой среде.

Материалы и методы

В рамках исследования программно-определяемый рынок понимается как кибернетическая система, состояние которой (цены, объёмы, размещённые заявки) в каждый момент времени определяется итогом работы детерминированного или стохастического алгоритма, обрабатывающего входные данные от участников согласно формальной модели, заданной набором уравнений, правил и условий [1]. Исследование концентрируется на моделях, где центральное место занимает не институциональный дизайн, а внутренняя динамика, описываемая математическими выражениями. Методологической основой выступили: анализ динамических систем, методы численного моделирования, теория стохастических процессов и агентное моделирование. Был проведён обзор фундаментальных работ, предоставляющих математический инструментарий для построения ПОР: теория динамического ценообразования и управления запасами [2], [3], [4], модели диффузии и

распространения влияния в сетях [5], [6], теория массового обслуживания для моделирования очередей заявок [7], аппарат стохастического исчисления для описания непрерывных финансовых рынков [8], а также методы машинного обучения для прогнозирования [9] и адаптации параметров модели в реальном времени [10].

Результаты исследования

Модели ПОР можно категоризировать по типу лежащего в их основе математического аппарата, который напрямую определяет архитектуру итоговой программной системы. Первый крупный класс формульные (или аналитические) модели с явным уравнением цены, в которых цена актива или ресурса вычисляется непосредственно по детерминированной формуле, зависящей от текущего состояния системы (например, резервов в пуле ликвидности). Классический пример - модель постоянного продукта (CPMM) в децентрализованных финансах (DeFi). Её ядро - это инвариантное уравнение 1: $x * y = k$ (1) где x и y - объёмы двух токенов в пуле ликвидности, а k - константа. Цена одного токена в терминах другого определяется как отрицательная производная: $P = dy/dx = -(k / x^2) = -(y / x)$ (2). Любая сделка изменяет резервы, пересчитывая константу k и мгновенно определяя новую цену по формуле, более сложные вариации используют функции с другими свойствами, например - Constant Sum Market Maker ($x + y = k$) для стабильных активов или гибридные кривые. Второй класс - это модели, основанные на дифференциальных уравнениях (динамические системы), в которых цена и другие параметры рынка являются переменными состояния, изменяющимися во времени согласно заданному дифференциальному уравнению. Как пример модель адаптивного ценообразования для регулирования нагрузки на вычислительный ресурс может описываться уравнением: $dP(t)/dt = \alpha * (D(t) - S(t))$ (3) где $P(t)$ - цена, $D(t)$ - спрос, $S(t)$ - предложение, α - скорость адаптации. Такие модели часто используются в задачах сетевого ценообразования или управления. Третий класс - стохастические и вероятностные модели, в которых ключевые параметры (время исполнения заявки, появление нового спроса) моделируются как случайные процессы. Например, цена в модели с непрерывным двусторонним аукционом может быть представлена как диффузионный процесс с отражением от границ, задаваемых лучшими заявками: $dSt = \sigma(St, t) dWt + \mu dt$ (4) с дополнительным условием, что St не может выйти за пределы стакана заявок. Четвёртый класс - агентные модели и симуляции, в этом случае явной аналитической формулы для равновесной цены может не существовать, так как вместо этого рынок моделируется как многоагентная система, где каждый участник (агент) следует своему набору поведенческих правил (например, *if (price < forecast) then {buy amount =*

(*forecast – price*) * *risk_aversion*}). Глобальная динамика рынка (ценовые тренды, волатильность) возникает эмерджентно, в результате взаимодействия тысяч таких агентов, и изучается через вычислительные эксперименты. Для типизации моделей ниже представлена таблица 1, классифицирующая модели по их математическому ядру.

Таблица 1

Классификация моделей ПОР по математическому аппарату

Класс модели	Математическое ядро (формулы/уравнения)	Ключевые переменные состояния	Алгоритм обновления состояния	Пример применения
Формульные с явным инвариантом	Инвариантная функция $F(R1, R2, \dots, Rn) = k$. Цена вычисляется как частная производная: $Pi = \partial F / \partial Ri $	Резервы активов в пуле $R1 \dots Rn$, константа k .	При торговом обмене ΔRi вычисляется новый k' из $F(R1 + \Delta R1, \dots, Rn + \Delta Rn) = k'$. Обмен допустим, если $k' \geq k$ (для CPMM).	Децентрализованные биржи (Uniswap V2 на CPMM).
Динамические на ОДУ	Обыкновенное дифференциальное уравнение: $dX/dt = f(X, \theta, t)$, где X - вектор состояния (цены, запасы), θ - параметры.	Вектор состояния X . Параметры θ .	Численное интегрирование (метод Эйлера, Рунге-Кутты) с дискретным шагом Δt : $X_{t+\Delta t} = X_t + f(X_t, \theta, t) * \Delta t$.	Динамическое ценообразование в облаках, управление спотовой ценой на электроэнергию.
Стохастические с диффузией	Стохастическое дифференциальное уравнение (СДУ): $dSt =$	Цена или показатель St .	Моделирование методом Монте-	Моделирование лимитного стакана для тестирования

Класс модели	Математическое ядро (формулы/уравнения)	Ключевые переменные состояния	Алгоритм обновления состояния	Пример применения
	$\mu(St, t)dt + \sigma(St, t)dWt$. Процесс Винера Wt .		Карло или дискретизацией (схема Эйлера-Маруямы): $\Delta St = \mu(St, t)\Delta t + \sigma(St, t)\sqrt{\Delta t} * Z$, где $Z \sim N(0,1)$.	торговых роботов, оценка волатильности в АММ.
Агентные / симуляционные	Набор правил для каждого агента a : $action\ a = g(state, memory_a, forecast_a)$. Нет единого уравнения для всей системы.	Состояние каждого агента, глобальный стакан заявок, история сделок.	Цикл симуляции: 1) Агенты воспринимают состояние рынка. 2) Вычисляют свои действия по правилам. 3) Агрегатор сопоставляет заявки (по правилам матчинга). 4) Обновляется глобальное состояние.	тестирование регуляторных мер, проектирование рынков предсказаний.

Источник: разработано авторами

Формульные модели гарантируют детерминированность и вычислительную простоту, но могут быть жесткими - динамические модели на ОДУ позволяют реализовать плавную адаптацию, но требуют калибровки параметров. Стохастические модели лучше всего отражают неопределённость реальных рынков, но сложны в анализе. Агентные модели

максимально гибки и позволяют изучать эмерджентные явления в экономических системах, но требуют огромных вычислительных ресурсов и не гарантируют предсказуемости с позиции истинности. Для более детального сравнения ключевых параметрических семейств формульных моделей, доминирующих в практике DeFi построена таблица 2.

Таблица 2

Сравнительный анализ формульных моделей автоматического маркет-мейкинга (АММ)

Модель АММ	Инвариантная функция (F)	Формула цены (Px в терминах y)	Формула цены исполнения при обмене Δx (без комиссии)	Чувствительность (эластичность) цены
Constant Product (CPMM / Uniswap V2)	$x * y = k$	$Px = y / x$	$\Delta y = (k / (x + \Delta x)) - y = (y * \Delta x) / (x + \Delta x)$	Высокая. Цена меняется обратно пропорционально квадрату резерва: $dP/dx = -y/x^2$.
Constant Sum (Stableswap Invariant)	$x + y = k$	$Px = 1$ (постоянная)	$\Delta y = \Delta x$	Нулевая в идеале. Арбитраж возможен только при отклонении от паритета.
Curve / Stableswap (гибрид)	$A * (x + y) + (x * y) = A * k + (k/2)^2$	Сложная, приближённо: $Px \approx 1$ иначе стремится к CPMM.	Δy решается численно из инварианта.	Низкая вблизи паритета ($x \approx y$), резко возрастает при больших отклонениях.
Constant Power	$x^a * y^b = k$ (где $a + b = const$)	$Px = (a/b) * (y/x)$	$\Delta y = y * (1 - (x/(x + \Delta x))^{(a/b)})$	Задаётся коэффициентами a и b. Позволяет регулировать кривизну.
Logarithmic Market Scoring Rule (LMSR)	$C = b * \ln(e^{q1/b} + e^{q2/b})$ (для рынка предсказаний)	Вероятность исхода 1: $P1 = e^{q1/b} / (e^{q1/b} + e^{q2/b})$	Стоимость покупки $\Delta q1$ долей: $Cost = C(q1 + \Delta q1)$	Зависит от параметра ликвидности b, чем больше b, тем ликвиднее рынок.

Модель АММ	Инвариантная функция (F)	Формула цены (Px в терминах y)	Формула цены исполнения при обмене Δx (без комиссии)	Чувствительность (эластичность) цены
			$\Delta q1, q2) - C(q1, q2)$	

Источник: разработано авторами

Анализ моделей в таблице 2 наглядно показывает инженерный компромисс в дизайне ПОР - СРММ предлагает простоту и гарантию ликвидности при любых резервах, но создает высокие проскальзывания для крупных сделок. Модель Constant Sum идеален для фиксированного паритета, но теряет стабильность при истощении одного из резервов, гибридная модель Curve математически обеспечивает низкое проскальзывание в районе паритета и «мягкие» границы резервов, предотвращающие полное истощение. Более общая модель Constant Power позволяет тонко настраивать кривизну ценообразования под конкретный класс активов, а LMSR, хотя и используется в ином контексте (рынки предсказаний), демонстрирует, как вероятностная логика может быть встроена в формульное ценообразование. Общим для всех моделей является то, что они заменяют человека маркет-мейкера или аукционный механизм автоматической математической функцией, ликвидируя необходимость в книге ордеров и обеспечивая непрерывную ликвидность, но эта ликвидность является виртуальной и зависит от капитала, заблокированного в пуле, а также от корректности выбранной математической модели относительно реального поведения участников. Неадекватная модель (например, СРММ для пары стабильных монет) неизбежно порождает арбитражные возможности и ведет к потерям для поставщиков ликвидности. То есть проектирование ПОР сводится к выбору и параметризации такой функции F, которая наилучшим образом аппроксимирует предполагаемую функцию спроса и предложения на целевом рынке.

Заключение

Можно заключить, что модели программно-определяемых рынков представляют собой материализацию экономических принципов в виде формальных математических аппаратов - от детерминированных инвариантных функций и дифференциальных уравнений до стохастических процессов и агентных симуляций. При этом выбор конкретного класса

моделей напрямую определяет ключевые свойства рынка, такие как алгоритмическая сложность, прозрачность ценообразования, устойчивость к манипуляциям и способность адаптироваться к изменяющимся условиям. Будущее развитие области лежит в направлении создания гибридных и самонастраивающихся моделей, способных динамически менять свои параметры или даже структуру лежащих в их основе формул в ответ на изменяющиеся рыночные режимы и данные, обеспечивая тем самым новое качество рыночной инфраструктуры цифровой экономики.

Список литературы

1. Петрухин С.А., Черников П.Е., Глухов Г.Е., Карапетян А.Г. Микросервисная и сервис-ориентированная архитектуры в задачах оптимизации управления информационной инфраструктурой ит-подразделения // Научный вестник ГосНИИ ГА. 2023. № 43. С. 187-196. EDN WGSNOE.
2. Li M., Mizuno S. Dynamic pricing and inventory management of a dual-channel supply chain under different power structures // European Journal of Operational Research. 2022. Т. 303. №. 1. С. 273-285. DOI 10.1016/j.ejor.2022.02.049.
3. Yang N., Zhang R. Dynamic pricing and inventory management under inventory-dependent demand // Operations Research. 2014. Т. 62. №. 5. С. 1077-1094. DOI 10.1287/opre.2014.1306.
4. Zhou S. X., Chao X. Dynamic pricing and inventory management with regular and expedited supplies // Production and Operations Management. 2014. Т. 23. №. 1. С. 65-80. DOI 10.1111/poms.12047.
5. Baltag A. et al. Dynamic epistemic logics of diffusion and prediction in social networks // Studia Logica. 2019. Т. 107. №. 3. С. 489-531. DOI 10.1007/s11225-018-9804-x.
6. Daneshmand H. et al. Estimating diffusion network structures: Recovery conditions, sample complexity & soft-thresholding algorithm // International conference on machine learning. PMLR, 2014. С. 793-801. URL: <https://proceedings.mlr.press/v32/daneshmand14.html>.
7. Xiong B. et al. Performance evaluation of OpenFlow-based software-defined networks based on queueing model // Computer Networks. 2016. Т. 102. С. 172-185. DOI 10.1016/j.comnet.2016.03.005.
8. Harrison J.M., Pliska S.R. A stochastic calculus model of continuous trading: complete markets // Stochastic processes and their applications. 1983. Т. 15. №. 3. С. 313-316. DOI 10.1016/0304-4149(83)90038-8.
9. Иванова Л.Н., Куркин А.В., Иванов С.Е. Методы машинного обучения для прогнозирования // Неделя науки Санкт-Петербургского государственного морского

технического университета. 2020. Т. 2, № 4. С. 9. DOI 10.52899/9785883036063_434. EDN LHVVFQ.

10. Адаптация параметров математической модели в режиме реального времени методом стохастической аппроксимации // Сборник научных трудов Донецкого института железнодорожного транспорта. 2013. № 36. С. 96-99. EDN WXIVJL.

SOFTWARE-DEFINED MARKET MODELS

Akhmadullin Rishat Rashitovich

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor,
Institute of Architecture and Construction,
Ufa State Petroleum Technological University,
Ufa, Russian Federation

Biktasheva Anastasia Ramilyevna

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor,
Institute of Architecture and Construction,
Ufa State Petroleum Technological University,
Ufa, Russian Federation

Gabitov Samat Azatovich

Research intern, Ufa University of Science and Technology
Ufa, Russian Federation

Abstract. The object of this study is markets whose fundamental rules for price formation, transaction execution, and resource allocation are entirely defined by formal models and algorithms executed by software systems. The subject of this study is the mathematical and computational models of software-defined markets (SDM), their architecture, dynamic properties, and mechanisms for achieving balance. The objective of this work is to systematize and analyze key classes of SDM models, focusing on their mathematical apparatus (formulas), differential equations, and algorithmic rules based on their software implementation. To achieve this objective, the following tasks were posed and solved: 1. to define the conceptual boundaries of SDM through the prism of formal models; to identify the main classes of models based on their mathematical nature (formula-based, simulation-based, agent-based); 2. to thoroughly examine their computational cores; to analyze the conditions for convergence, stability, and efficiency. Detailed model descriptions with mathematical completeness are presented in the form of a classification. Conclusions are drawn regarding the applicability of various mathematical approaches to the design of sustainable and efficient digital market systems.

Key words: digital platforms, mathematical models, market maker, algorithmic agent, institutional rules.

References

1. Petrukhin S.A., Chernikov P.E., Glukhov G.E., Karapetyan A.G. Microservice and service-oriented architectures in the optimization of IT department information infrastructure management // Scientific Bulletin of GosNII GA. 2023. № 43. P. 187-196. EDN WGSHE.

2. Li M., Mizuno S. Dynamic pricing and inventory management of a dual-channel supply chain under different power structures // *European Journal of Operational Research*. 2022. Vol. 303. № 1. P. 273-285. DOI 10.1016/j.ejor.2022.02.049.
3. Yang N., Zhang R. Dynamic pricing and inventory management under inventory-dependent demand // *Operations Research*. 2014. Vol. 62. № 5. P. 1077-1094. DOI 10.1287/opre.2014.1306.
4. Zhou S. X., Chao X. Dynamic pricing and inventory management with regular and expedited supplies // *Production and Operations Management*. 2014. Vol. 23. № 1. P. 65-80. DOI 10.1111/poms.12047.
5. Baltag A. et al. Dynamic epistemic logics of diffusion and prediction in social networks // *Studia Logica*. 2019. Vol. 107. № 3. P. 489-531. DOI 10.1007/s11225-018-9804-x.
6. Daneshmand H. et al. Estimating diffusion network structures: Recovery conditions, sample complexity & soft-thresholding algorithm // *International conference on machine learning*. PMLR, 2014. P. 793-801. URL: <https://proceedings.mlr.press/v32/daneshmand14.html>.
7. Xiong B. et al. Performance evaluation of OpenFlow-based software-defined networks based on the queueing model // *Computer Networks*. 2016. Vol. 102. P. 172-185. DOI 10.1016/j.comnet.2016.03.005.
8. Harrison J.M., Pliska S.R. A stochastic calculus model of continuous trading: complete markets // *Stochastic processes and their applications*. 1983. Vol. 15. № 3. P. 313-316. DOI 10.1016/0304-4149(83)90038-8.
9. Ivanova L.N., Kurkin A.V., Ivanov C.E. Machine learning methods for forecasting // *Science Week of St. Petersburg State Maritime Technical University*. 2020. Vol. 2, № 4. P. 9. DOI 10.52899/9785883036063_434. EDN LHVVFQ.
10. Adaptation of mathematical model parameters in real time by stochastic approximation method // *Collection of scientific papers of Donetsk Institute of Railway Transport*. 2013. № 36. P. 96-99. EDN WXIVJL.