

**Ссылка для цитирования этой статьи:**

Королева М.С., Кудерова А.Л. Применение методов математического моделирования при решении вопросов оптимизации работы производства // Human Progress, 2018, Том 4, № 5. URL: [http://progress-human.com/images/2018/Tom4\\_5/Koroleva.pdf](http://progress-human.com/images/2018/Tom4_5/Koroleva.pdf), свободный. – Загл. с экрана. - Яз. рус., англ.

УДК 330-4

## **ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ РЕШЕНИИ ВОПРОСОВ ОПТИМИЗАЦИИ РАБОТЫ ПРОИЗВОДСТВА**

**Королева Мария Сергеевна**

студент  
ФГБОУ ВО «Самарский государственный  
экономический университет»

mariaafony@gmail.com  
ул. Советской Армии, д. 141  
г. Самара, РФ, 443063  
+7 (927) 693-11-73

**Кудерова Анна Леонидовна**

студент  
ФГБОУ ВО «Самарский государственный  
экономический университет»

annkuderoва@yandex.ru  
ул. Советской Армии, д. 141  
г. Самара, РФ, 443063  
+7 (937) 793-16-26

**Аннотация.** В данной научной статье рассматривается моделирование и анализ игровой схемы в теории игр для оптимизации выпуска и продажи продукции на предприятии, которое занимается розничной торговлей. Авторами проведено изучение имеющихся научных публикаций в России и за рубежом о применении математического моделирования и, в частности, теории игр для решения различных задач бизнеса. Выявлено, что анализируемая схема позволяет моделировать реалистичную рыночную ситуацию. Это достигается, во-первых, благодаря тому, что такая схема разработана с учетом стремления организации к максимизации прибыли, а потребителя, в свою очередь, к минимизации своих затрат. Во-вторых, за счет того, что в исследуемой схеме учитывается изменение сезонного спроса на продукцию. Исследование проведено в несколько этапов: представлены необходимые данные о работе торгового предприятия; выполнена постановка задачи и

разработана ее математическая модель; изучены возможные стратегии игроков; определен оптимальный объем продаж продукции по видам. Практическое применение выбранного метода показало, что теория игр способна дать наиболее точное и обоснованное объяснение поведения игроков с противоположными экономическими интересами.

**Ключевые слова:** теории игр; стратегии; седловая точка; оптимизация; платёжная матрица.

**JEL коды:** C 02; C 61.

## Введение

Математическое моделирование прочно вошло в современную экономику как в России [1], так и зарубежом [2; 3; 4]. Теория игр, являясь математическим методом изучения оптимальных стратегий в играх, позволяет участникам сделки определять наиболее рациональные стратегии с учетом возможных поступков и имеющихся ресурсов у других участников. Этим обусловлено значимое место теории игр в экономике и широкое практическое распространение данного метода.

С помощью метода теории игр решается множество экономических задач, в которых сталкиваются интересы двух или более конкурирующих сторон, преследующих различные цели. Теория игр применяется для определения оптимального объема закупок, при котором будет достигнута наибольшая прибыль; оптимальных запасов сырья, материалов, и полуфабрикатов; оптимизация выпуска продукции.

В данной научной статье рассматривается применение игрового моделирования в сфере розничной торговли. В отрасли розничной торговли для оптимизации предприятия рационально использовать метод теории игр. Это обусловлено тем, что в сфере торговли имеются две стороны (продавец и покупатель) и конфликтная ситуация. Конфликт проявляется в том, что продавец желает получить из сделки с покупателем максимальную прибыль, а покупатель старается минимизировать свои затраты.

Сфера розничной торговли в современном мире способствует увеличению рабочих мест, росту среднего класса и повышению внутреннего валового продукта, поэтому исследование в данной экономической сфере актуально.

Целью исследования является практическое решение задачи об оптимизации объема выпуска продукции с помощью применения метода теории игр на практике.

Для достижения поставленной цели были поставлены и решены следующие задачи:

- собрать необходимые данные о работе торгового предприятия, такие как: вид продукции, ее себестоимость, цена за единицу продукции и цена от реализации при различном уровне

спроса, так как именно эти показатели нужны для построения математической модели оптимизации;

- выполнить постановку задачи и разработать ее математическую модель о составлении оптимального объема выпуска продукции предприятия в условиях изменяющегося спроса;
- изучить возможные стратегии игроков;
- определить оптимальный объем продаж продукции по видам, обеспечивающий предприятию максимальную прибыль с помощью применения метода теории игр.

## **1. Теоретическое обоснование применения игрового моделирования в экономических исследованиях**

Практическая значимость игрового моделирования рассматривалась в работах многих экономистов и прикладных математиков. Елифанцева А.А. в своей диссертационной работе [5] анализировала применение метода теории кооперативных игр в сфере лизинга. В результате исследования было установлено, что аппарат современной теории кооперативных игр в лизинговой деятельности становится эффективным и адекватным инструментом её моделирования и анализа.

В научной статье Степанова П.П. [6] рассматриваются способы оптимизации работы предприятий нефтегазовой отрасли с применением теории игр. Степановым было установлено, что аппарат теории игр гибок, и позволяет описывать такие задачи, как обеспечение информационной безопасности нефтегазовой компании и формирование конкурентной стратегии.

Карпова Е.Г. в своей работе рассматривает проблему управления инновациями с помощью применения теории игр [7]. В работе показано, что использование аппарата теории игр позволяет сделать рациональный выбор инновационных проектов, определить стратегические направления инновационной деятельности, что ведет к переходу к инновационной экономике.

В научной статье кандидата экономических наук Коршуновой Г.В. и доктора экономических наук Романовой Л.Е. анализируется использование теории игр при взаимодействии субъектов рынка [8]. В результате анализа было установлено, что использование в институциональном анализе теории игр позволяет исследовать взаимозависимости действий субъектов экономики, проблем координации и согласования действий.

Актуальность работы Демьяновой О.В. и Рашитовой А.Р. обусловлена возрастанием интереса к теории игр как инструменту принятия стратегических решений в российских

компаниях при повышении уровня конкуренции на рынке в условиях риска и неопределенности, что предполагает оптимальность и эффективность принятия решения на математической основе. В статье [9] доказана необходимость использования теории игр для принятия управленческих решений, так как она позволяет, с одной стороны, учитывать многие факторы рыночной экономики, с другой – производить точные математические расчеты и получать конкретные результаты.

За рубежом также имеются научные публикации о применении теории игр в экономических анализах [10; 11].

## 2. Решение экономической задачи конкретного предприятия методом теории игр

Рассмотрим применение метода теории игр на практике для оптимизации работы предприятия, которое занимается розничной торговлей зимней женской одежды.

Фирма ООО «МиМ» занимается производством шуб, полшубков и дубленок. Так как фирма самостоятельно решает вопросы об изменениях основных показателей своей деятельности, то данная организация намерена оптимизировать выпуск продукции этих трех видов. Так как спрос на данную продукцию колеблется в зависимости от времени года, то продукция, не проданная в течение сезона, позже реализуется по более низкой цене. Данные о себестоимости продукции, отпускных ценах и объемах реализации в зависимости от уровня спроса приведены в таблице 1.

**Табл. 1: Себестоимость продукции, отпускные цены и объемы реализации в зависимости от уровня спроса<sup>1</sup>**

Вид продукции	Себестоимость (руб.)	Цена единицы продукции (руб.)		Объем реализации при уровне спроса (шт.)		
		В течение сезона	После уценки	Повышенном	Среднем	Пониженном
Шубы	25 900	41 200	37 500	52	34	27
Полшубки	14 600	26 300	21 070	149	121	105
Дубленки	9 800	18 000	13 200	157	102	88

Для уменьшения размерности платежной матрицы принимается, что одновременно на все три вида продукции уровень спроса одинаков: повышенный, средний или пониженный.

Игровая схема следующая. В игре участвуют 2 игрока: А - продавец, В - потребитель.

Игрок А – фирма ООО «МиМ» стремится реализовать свою продукцию так, чтобы получить максимальную прибыль.

<sup>1</sup> Составлено авторами

Стратегиями игрока А являются:

А1 - реализовывать продукцию при повышенном состоянии спроса;

А2 - реализовывать продукцию при среднем состоянии спроса;

А3 - реализовывать продукцию при пониженном состоянии спроса.

Игрок В – потребитель – стремится приобрести продукцию с минимальными затратами.

Стратегиями игрока В являются:

В1 - покупать продукцию при повышенном состоянии спроса;

В2 - покупать продукцию при среднем состоянии спроса;

В3 - покупать продукцию при пониженном состоянии спроса.

Интересы игроков А и В – противоположны.

Определяется прибыль от реализации продукции в течение сезона и после уценки (Таблица 2):

**Табл. 2: Прибыль от реализации продукции в течение сезона и после уценки<sup>2</sup>**

Вид продукции	Себестоимость (руб.)	Прибыль в течение сезона( руб.)	Прибыль после уценки (руб.)
Шубы	25 900	15 300	11 600
Полушубки	14 600	11 700	6 470
Дубленки	9 800	8 200	3 400

Таблица 2 иллюстрирует, что организации во время сезона продажи продукции получает гораздо более высокую прибыль, чем после уценки. Так прибыль от реализации шуб сокращается на 3 700 руб., от реализации полушубков – на 5 230 руб., а от дубленок– на 4 800 руб. соответственно, что является достаточно значительным уменьшением экономических выгод фирмы.

Рассчитываются элементы платежной матрицы или матрицы прибыли (табл.3).

**Табл. 3: Расчет элементов платежной матрицы<sup>3</sup>**

Предложение	Спрос			
	Стратегии	Повышенный спрос: 52+149+157	Средний спрос: 34+121+102	Пониженный спрос : 27+105+88
Повышенный спрос: 52+149+157		3 256 300	2 779 260	2 602 480
Средний спрос: 34+121+102		2 772 300	2 772 300	2 595 520
Пониженный спрос: 27+105+88		2 363 200	2 363 200	2 363 200

<sup>2</sup> Составлено авторами

<sup>3</sup> Составлено авторами

Как показывают данные таблицы, имеется тесная взаимосвязь между спросом и предложением на товар, что в свою очередь напрямую влияет на результирующий показатель эффективности деятельности фирмы. Совокупный объем выручки в зависимости от уровня спроса стабилизируется при помощи регулирования количества выпускаемой продукции.

Составляется платежная матрица игры (Таблица 4):

**Табл. 4: Платежная матрица<sup>4</sup>**

Стратегии	B1	B2	B3	$\alpha_i = \min_{aj} j$
A1*	3 256 300	2 779 260	2 602 480	2 602 480
A2*	2 772 300	2 772 300	2 595 520	2 595 520
A3*	2 363 200	2 363 200	2 363 200	2 363 200
$\beta_j = \max_{ai} i$	3 256 300	2 779 260	2 602 480	

С помощью калькулятора рассчитывается нижняя и верхняя цена игры. Оптимальное решение матричной игры  $\alpha = \max \alpha_i = 2\,602\,480$  руб.  $\beta = \min \beta_j = 2\,602\,480$  руб. Так как  $\alpha = \beta = v = 2\,602\,480$  руб., то найдена седловая точка (A1;B3).

Таким образом, оптимальным решением является точка (A1;B3). Производитель или игрок А получает гарантированную прибыль в размере 2 602 480 руб., если будет реализовывать свою продукцию при пониженном уровне спроса в объеме 52, 149 и 157 ед. соответственно шуб, полушубков и дубленок.

## Заключение

Стабильный экономический эффект при меняющемся уровне спроса на производимую продукцию в ООО «МиМ» достигается при реализации трех рассматриваемых товаров в условиях пониженного спроса объемов, которые были рассчитаны выше.

Проведенные теоретический анализ и практическое исследование, показали, что чистые стратегии включают в себя самый оптимальный набор необходимых факторов для анализа.

Таким образом, применение теории игр для решения задачи оптимизации выпуска продукции предприятием является наиболее приемлемым и целесообразным. Выбранный метод позволил максимально корректно математически обосновать полученные результаты моделирования игровой схемы, что достаточно ярко иллюстрирует реальную рыночную ситуацию, которую, в свою очередь, теория игр помогает экономически эффективно решить.

<sup>4</sup> Составлена авторами

## Литература:

1. Бунтова, Е.В. Математические модели в экономике. / Наука XXI века: актуальные направления развития Материалы Международной заочной научно-практической конференции. 2015. С. 989-992.
2. Boonman, H.J.; Siddiqui, A.S. Capacity optimization under uncertainty: The impact of operational time lags // European Journal of Operational Research. 2017, Том: 262, Вып.: 2. С.: 660-672.
3. Fuegenschuh, M.; Fuegenschuh, A.; Ludszuweit, M.; и др. Mathematical Optimization of a Magnetic Ruler Layout with Rotated Pole Boundaries / Конференция: Operations Research Conference. Univ Vienna, Vienna, Austria, 2015. Серия книг: Operations Research Proceedings. 2017. С.: 117-123.
4. Boning, M.; Breier, H.; Berbig, D. Optimization Model for the Design of Levelling Patterns with Setup and Lot-Sizing Considerations / Конференция: Operations Research Conference. Univ Vienna, Vienna, Austria, 2015. Серия книг: Operations Research Proceedings. 2017. С.: 401-407
5. Епифанцева, А.А. Применение методов теории кооперативных игр в исследованиях взаимоотношений экономических субъектов в сфере лизинга. Автореферат дис. ... кандидата экономических наук / С.-Петербург. гос. ун-т. Санкт-Петербург, 2015.
6. Степанов, П.П. Решение актуальных проблем предприятий нефтегазовой отрасли с применением методов теории игр // Кибернетика и программирование. — 2016. - № 4. - С.11-17. DOI: 10.7256/2306-4196.2016.4.20162. URL: [http://e-notabene.ru/kp/article\\_20162.html](http://e-notabene.ru/kp/article_20162.html)
7. Карпова, Е.Г. Управление инновациями с применением теории игр // Регионоведение. 2011. № 3 (76). С. 64-70.
8. Коршунова, Г.В.; Романова, Л.Е. Использование теории игр при анализе взаимодействий субъектов рынка // Экономический анализ: теория и практика. 2006. № 9. С. 48-52.
9. Демьянова, О.В.; Рашитова, А.Р. Применение теории игр для принятия стратегических решений на примере российской компании // Финансовая аналитика: проблемы и решения. 2016. № 33 (315). С. 52-60.
10. Zhao, Q.Z.; Wang, C.Y.; Zhang, Z.M.; и др. The Application of Operations-Research in the Optimization of Agricultural Production // Operations Research, 1991. Том: 39, Вып.: 2. С.: 194-205.
11. Ma, Shuang; Du, Gang; Jiao, Jianxin (Roger); и др. Hierarchical game joint optimization for product family-driven modular design // Journal of the Operational Research Society. 2016. Том: 67, Вып.: 12. С.: 1496-1509.

## MATHEMATICAL MODELING METHODS APPLICATION IN SOLVING PRODUCTION OPTIMIZATION PROBLEMS

**Koroleva Maria**

**Student of Samara State University of Economics  
Samara, Russia**

**Kuderova Anna**

**Student of Samara State University of Economics  
Samara, Russia**

**Abstract.** This scientific article deals with modeling and analysis of the game schema in game theory which is used for optimization sale of products in a retail enterprise. The authors have studied the available scientific publications in Russia and abroad about the mathematical modeling application and, in particular, game theory for solving various business problems. It is revealed that the analyzed scheme allows to simulate a realistic market situation. This is achieved, firstly, due to the fact that such a scheme is developed taking into account the organization's desire to maximize profits, and the consumer, in turn, to minimize its costs. Secondly, due to the fact that the studied scheme takes into account the change in seasonal demand for products. The research was carried out in several stages: the necessary data of the trading enterprise are presented; the problem formulation is performed and its mathematical model is developed; possible strategies for players are considered; the optimal products sales volume by type is determined. Practical application of the chosen method has shown that the theory of games is capable to give the most accurate and justified explanation of the players' behavior with opposite economic interests.

**Key words:** game theories; strategies; saddle point; optimization; payment matrix.

**JEL Code:** C 02; C 61.

### References

1. Buntova, E.V. Mathematical models in economics. / Science of the XXI century: current trends of development Materials of the International Correspondence Scientific and Practical Conference. 2015. pp. 989-992.

2. Boonman, H.J.; Siddiqui, A.S. Capacity optimization under uncertainty: The impact of operational time lags. // *European Journal of Operational Research*. 2017, Volume: 262, Issue: 2. P.: 660-672.
3. Fuegenschuh, M.; Fuegenschuh, A.; Ludszuweit, M.; and others. Mathematical Optimization of a Magnetic Ruler Layout with Rotated Pole Boundaries / Conference: Operations Research Conference. Univ Vienna, Vienna, Austria, 2015. Book series: Operations Research Proceedings. 2017. P.: 117-123.
4. Boning, M.; Breier, H.; Berbig, D. Optimization Model for the Design of Levelling Patterns with Setup and Lot-Sizing Considerations / Conference: Operations Research Conference. Univ Vienna, Vienna, Austria, 2015. Book series: Operations Research Proceedings. 2017. P.: 401-407
5. Epifantseva, A.A. Application of the methods of the theory of cooperative games in the study of the relationship of economic entities in the sphere of leasing. Abstract of the dis. ... candidate of economic sciences / S.-Petersburg. state. un-t. St. Petersburg, 2015.
6. Stepanov, P.P. Solution of actual problems of oil and gas industry enterprises using the methods of game theory // *Cybernetics and programming*. - 2016. - No. 4. - P.11-17. DOI: 10.7256 / 2306-4196.2016.4.20162. URL: [http://e-notabene.ru/kp/article\\_20162.html](http://e-notabene.ru/kp/article_20162.html)
7. Karpova, E.G. Managing innovation with the use of game theory // *Regionology*. 2011. № 3 (76). Pp. 64-70.
8. Korshunova, G.V.; Romanova, L.E. The use of game theory in the analysis of interactions of market entities // *Economic analysis: theory and practice*. 2006. № 9. P. 48-52.
9. Demyanova, O.V.; Rashitova, A.R. The application of the theory of games for making strategic decisions on the example of a Russian company // *Financial analytics: problems and solutions*. 2016. No. 33 (315). Pp. 52-60.
10. Zhao, Q.Z.; Wang, C.Y.; Zhang, Z.M.; and others. The Application of Operations-Research in the Optimization of Agricultural Production, *Operations Research*, 1991. Volume: 39, Issue: 2. P.: 194-205.
11. Ma, Shuang; Du, Gang; Jiao, Jianxin (Roger); etc. Hierarchical game joint optimization for product family-driven modular design // *Journal of the Operational Research Society*. 2016. Volume: 67, No.: 12. P.: 1496-1509.

## Contact

Maria Koroleva

Samara State University of Economics

141, Sovetskaya Armiya str., Samara, Russia, 443063

mariaafony@gmail.com

Anna Kuderova

Samara State University of Economics

141, Sovetskaya Armiya str., Samara, Russia, 443063

annkuderova@yandex.ru

Научный руководитель: к.пед.н., доцент, доцент кафедры высшей математики и экономико-математических методов Самарского государственного экономического университета  
Е.В. Бунтова.